

Numerische Verfahren Übungen und Lösungen, Blatt 2

Aufgabe 1: (Thema: Polynominterpolation.)

Es sind die folgenden vier verschiedenen Datensätze gegeben:

- $(x, y) = \{(0, 1), (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1)\}$,
- $(x, y) = \{(0, 0), (1, 0), (2, 1), (3, 0), (4, 0)\}$,
- $(x, y) = \{(0, 1), (1, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1)\}$,
- $(x, y) = \{(0, 1), (1, 2), (2, 5), (3, 10), (4, 17)\}$.

Skizzieren Sie (i.e., plotten Sie) die Datensätze zuerst, um ein Gefühl für den Verlauf der zugrunde liegenden Funktionen zu bekommen. Interpolieren Sie danach die Datensätze mittels Polynominterpolation

- a) von Hand (mit allen erdenklichen Tricks und Abkürzungen),
- b) mittels Matlab (Tipp: `help polyfit`, `help polyval`).

Welchen Weg zum jeweiligen Ergebnis würden Sie (nach etwas Nachdenken) bevorzugen?

Aufgabe 2: (Thema: Polynominterpolation – mittels Newtonscher Interpolation.)

Gegeben sei die Funktion

$$w(x) := \sqrt{x}.$$

- Sie interpolieren $w(x)$ an den Knoten $0, 1, 4, 9$ mittels des Polynomes p , sind aber zunächst nur an einem Näherungswert für $w(2)$ interessiert. Wenden Sie zur Bestimmung dieser Näherung den Algorithmus von NEVILLE und AITKEN an und erstellen ein Tableau der Form, wie sie in Bemerkung 2.11 des Skriptes zu sehen ist.
- Warum ist die Fehlerabschätzung des Skriptes aus Bemerkung 2.22 hier zwar anwendbar, aber nicht wirklich *verwendbar*?
- Nun scheint es so zu sein, dass Sie das Interpolationspolynom auch noch an anderen Stellen ausgewertet benötigen. Da Sie ja bereits Übung im Tableaustellen haben, entschließen Sie sich, die Dividierten Differenzen für eine Newtoninterpolation zu berechnen. Geben Sie Ihr Newtonsches Interpolationspolynom an. Erstellen Sie ein MatLab-Programm, welches die Dividierten Differenzen berechnet und anschließend das Newtonsche Interpolationspolynom an den Stellen $x \in \{\frac{1}{2}, 2, 4\}$ auswertet.

Aufgabe 3: (Thema: Fehler(schranken) der Polynominterpolation und der Interpolation mittels Splines.)

In der Materialsammlung finden Sie eine zip-Datei namens `intererror.zip`. Entpacken Sie diese und lesen Sie sich die Kommentare in der Datei `aufg02script01.m` durch. Plotten Sie die Funktion `exptestfunc.m` über dem Intervall `intval`, welche in dem Skript benutzt werden. Führen Sie nun das Skript aus, und diskutieren Sie mit ihren Kommilitonen über die Ergebnisse. Öffnen Sie die Datei `aufg02error.m` und vollziehen Sie mit Hilfe der Kommentare den logischen Aufbau der Funktion nach. Ändern Sie nun im Skript `aufg02script01.m` die Variablen nach eigenem Gutdünken, welche mit einem Kommentar der Form `<--- Hier dürfen Sie beschriftet sind` und diskutieren Sie die Resultate.