

## Evaluierung von Hedge-Effektivitätstests

Der in IAS 39 beispielhaft beschriebene Dollar Offset Ratio führt aufgrund des Problems der kleinen Zahlen [6] zu Schwierigkeiten bei der Implementierung. Daher werden derzeit unterschiedliche Tests, wie beispielsweise ein von Gürtler entwickelter Test [5], lineare Regression oder Volatility Reduction, diskutiert. Um die Qualität dieser Tests zu beurteilen ist es naheliegend, Kriterien oder Mindestanforderungen aufzustellen, die ein Hedge-Effektivitätstest erfüllen sollte.

### Hedge-Effektivität nach IAS 39 und FAS 133

Bei Bilanzierung nach den International Accounting Standards (IAS) oder US Gaap sind Derivate grundsätzlich zum „Fair Value“ auszuweisen. Um im Fall ökonomischer Sicherungsbeziehungen Verzerrungen in der Gewinn- und Verlustrechnung zu vermeiden, können Grund- und Sicherungsgeschäft als eine Position zusammengefasst werden. Für die Anwendung dieses Hedge Accountings werden bestimmte Voraussetzungen in den Standards geregelt. Unter anderem wird ein a posteriori Hedge-Effektivitätstest gefordert.

Da derzeit unterschiedliche Tests in der Praxis implementiert werden, wurden natürliche, messbare Kriterien für die Beurteilung der Qualität dieser Tests aufgestellt [7]. Hierbei wurde zwischen Tests auf Grundlage zweier Zeitpunkte und zeitreihenbasierter Tests unterschieden. In diesem Artikel werden die Kriterien zu allgemeinen, auf beide Arten von Tests anwendbare Kriterien zusammengefasst. Ziel ist es hierbei, einfache, anschauliche und leicht zu evaluierende Kriterien aufzustellen.

Keiner der bekannten Tests erfüllt alle diese, aus ökonomischen Mindestanforderungen abgeleiteten Kriterien. Durch leichte

Modifikation des Hedge Intervalls (vergleiche [6]) ist es jedoch möglich, einen Test zu erhalten, der diesen genügt, was bereits gezeigt wurde [7] und am Ende dieses Artikels zusammengefasst wird.

Im Folgenden werden die Definitionen aus IAS 39 [6] verwendet, das heißt ein Grundgeschäft (Hedged Item) ist ein Vermögenswert oder eine Verbindlichkeit, durch die ein Risiko entsteht, das durch ein entsprechendes Sicherungsgeschäft (Hedging Instrument) gehedged wird. Es wird von bereits vorliegenden Fair Values für Grund- und Sicherungsgeschäft ausgegangen, für Details zur Ermittlung dieser Werte sei an dieser Stelle auf Lantzius-Beninga und Gerdes [9] oder Eckes et al [2] verwiesen.

*Prof. Siegfried M. Rump, Angelika C. Hailer, Institut für Informatik III, Technische Universität Hamburg-Harburg*

*Die Handhabung des Hedge Accountings, also der kompensatorischen Abbildung gegenläufiger Wertentwicklungen eines risikobehafteten Grundgeschäftes und eines Sicherungsgeschäftes, hat von Anfang an Praxis und Wissenschaftler beschäftigt. Bei Anwendung des Hedge Accountings nach IAS 39 oder US Gaap, FAS 133, so die Ausgangslage der Autoren, ist ein Hedge-Effektivitätstest zu implementieren. Und beide Standards geben lediglich Rahmenbedingungen für diesen Test vor, legen aber nicht explizit fest, welcher zu verwenden ist. Vor diesem Hintergrund fassen sie die vorgeschlagenen Kriterien [7] sowie das hieraus entwickelte „Adjusted Hedge Intervall“ zusammen. Dabei legen sie den Schwerpunkt nicht auf die Entwicklung eines Effektivitätstests, sondern auf eine aus ökonomischer Sicht sinnvollen Formulierung von Kriterien, die eine objektive Beurteilung und Auswahl von Effektivitätstests ermöglichen sollen. (Red.)*

Ziel der Implementierung von Hedge-Effektivitätstests ist es nachzuweisen, dass sich die Wertänderungen in Grund- und Sicherungsgeschäft „nahezu vollständig“ ausgleichen.

Dies wird explizit in FAS 133 § 230 gefordert:

“A primary purpose of hedge accounting is to link items or transactions whose changes in fair values or cash flows are expected to offset each other. The Board therefore decided that one of the criteria for qualification for hedge accounting should focus on the extent to which offsetting changes in fair values or cash flows on the derivative and the hedged item or transaction during the term of the hedge are expected and ultimately achieved.”

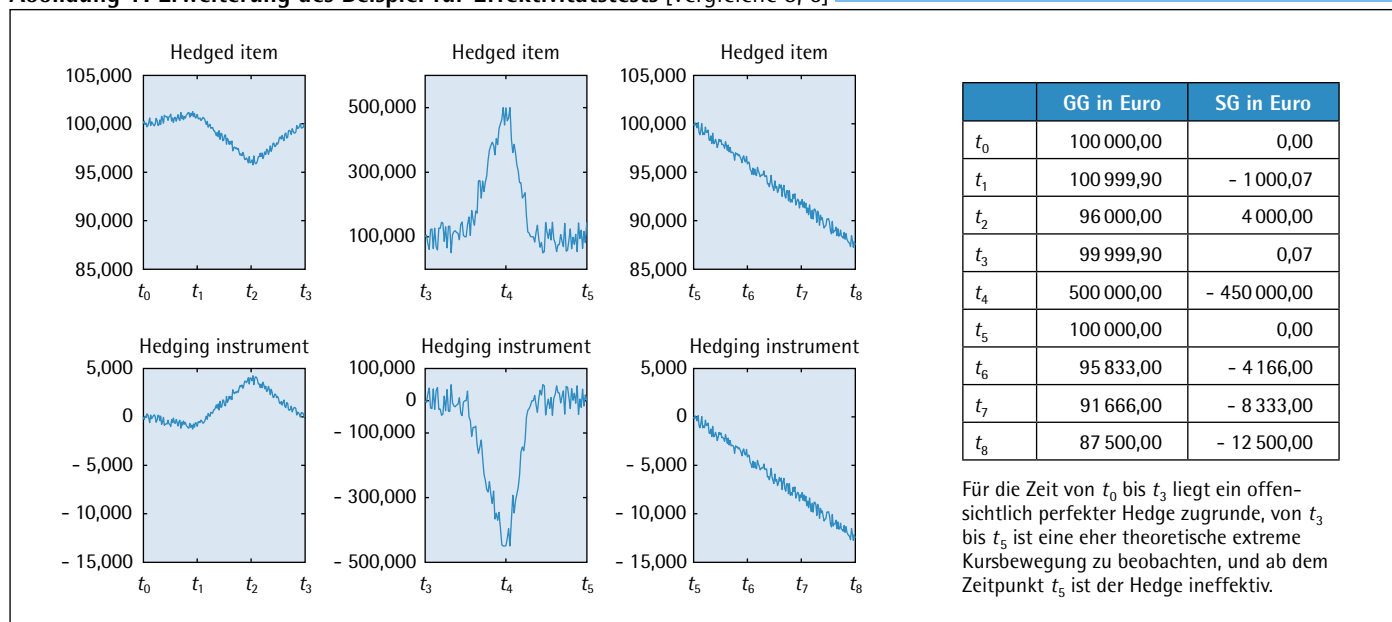
Aus diesen qualitativen Vorgaben können so eine Reihe messbarer, quantitativer Kriterien abgeleitet werden.

### Offsetting und Probleme der großen und kleinen Zahlen

Der Grad der Kompensation soll durch das erste Kriterium gemessen werden, das im Folgenden als Offsetting bezeichnet wird. Wie in beiden Standards definiert, ist die relative Abweichung der Differenzen der Fair Values zu einem perfekten Hedge zu beschränken. Implizit setzt dies voraus, dass gleichlaufende Kursveränderungen in Grund- und Sicherungsgeschäft zu einer ineffektiven Beurteilung der Hedge-Position führen müssen.

Gürtler [5] legt dar, dass zusätzlich der maximal mögliche Gewinn oder Verlust im Wert der Hedge-Position begrenzt werden sollte. Betrachtet man zum Beispiel einen Hedge, bei dem die Differenz in den Fair Values des Sicherungsgeschäftes immer

**Abbildung 1: Erweiterung des Beispiel für Effektivitätstests [vergleiche 5, 6]**



minus 80 Prozent der Differenzen im Grundgeschäft sind, wird dieser nach dem Dollar Offset Ratio als effektiv eingestuft. Aber für einen großen Verlust im Fair Value des Grundgeschäftes wird der Rückgang im Wert der Hedge-Position signifikant. Dieses von Gürtler auch als „Problem der großen Zahlen“ bezeichnete Risiko muss vermieden werden, so lautet das zweite Kriterium.

Bei Anwendung des Dollar Offset Ratios in der Praxis tritt oft das „Problem der kleinen Zahlen“ auf [6]. Wenn nur kleine Änderungen im Fair Value des Grundgeschäftes zu beobachten sind, das heißt wenn der Nenner klein wird, wird die Hedge-Position unter dem Dollar Offset Ratio oft als ineffektiv gewertet, obwohl ein fast perfekter Hedge zugrundeliegt.

Daher folgt als drittes Kriterium: Kompensation von Gewinn und Verlust muss nicht strikt gegeben sein, wenn nahezu keine Veränderungen in den Fair Values von Grund- und Sicherungsgeschäft beobachtet werden. In diesem Fall ist ein Hedge als effektiv einzustufen.

Wie sich anhand eines von Kalotay and Abreo [8] erweiterten Beispiels zeigen lässt [7], kann auch bei zeitreihenbasierten Tests das Problem der kleinen Zahlen auftreten. Da hierfür über einen längeren Zeitraum nur geringe Änderungen in den Fair Values notwendig ist, wird dieses Problem vermutlich seltener auftreten, das heißt die

Wahrscheinlichkeit ist geringer, aber das Problem ist nicht gelöst.

### Symmetrie

Kompensation der Fair Value-Änderungen bedeutet, dass bei Zunahme eines der Werte von Grund- oder Sicherungsgeschäft der andere fällt und umgekehrt. Dies erfordert Symmetrie in Bezug auf Grund- und Sicherungsgeschäft. Zur Veranschaulichung dient folgendes Beispiel: Wenn bei einer Hedge-Position der Wert des Grundgeschäftes um 100 000 Euro zunimmt und der Verlust im Sicherungsgeschäft 120 000 Euro beträgt, dann sollte ein Effektivitätstest dasselbe Resultat liefern wie bei einer Zunahme des Fair Values des Sicherungsgeschäftes um 100 000 Euro und einem Verlust von 120 000 Euro im Grundgeschäft. Anschaulich entspricht dies bei Tests auf Basis von zwei Zeitpunkten einer Symmetrie des effektiven Bereichs zur positiven Winkelhalbierenden.

Des Weiteren sollten erheblich über- oder untergehedge Positionen nicht als effektiv bewertet werden, das heißt eine Verzerrung bezüglich Gewinn oder Verlust in der Hedge-Position sollte ausgeschlossen werden. Der Effektivitätstest sollte dieselben Resultate haben, wenn er auf die Differenzen in den Fair Values von Grund- und Sicherungsgeschäften beziehungsweise auf die negativen Differenzen angewendet wird. In obigen Beispiel heißt das, ein Ver-

lust im Wert des Grundgeschäftes von 100 000 Euro und ein Gewinn im Sicherungsgeschäft von 120 000 Euro müssen zum selben Resultat führen.

Dies bedeutet, dass der effektive Bereich zusätzlich punktsymmetrisch zum Ursprung sein sollte. Wenn bei den Bilanzierungsstandards das Vorsichtsprinzip stärker betont werden soll, wäre es in diesem Fall auch möglich, diese zweite Form der Symmetrie dahingehend abzuschwächen, dass ein größerer effektiver Bereich unterhalb der negativen Winkelhalbierenden als oberhalb dieser zugelassen wird.

### Skalierbarkeit und glatter Übergang

Erwartungsgemäß sollte ein Effektivitätstest skalierbar sein. Wenn eine Hedge-Beziehung effektiv ist, dann sollte die Betrachtung desselben prozentualen Anteils

**Abbildung 2: Grad des Offsettings**

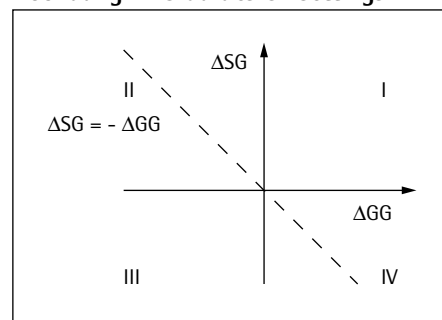
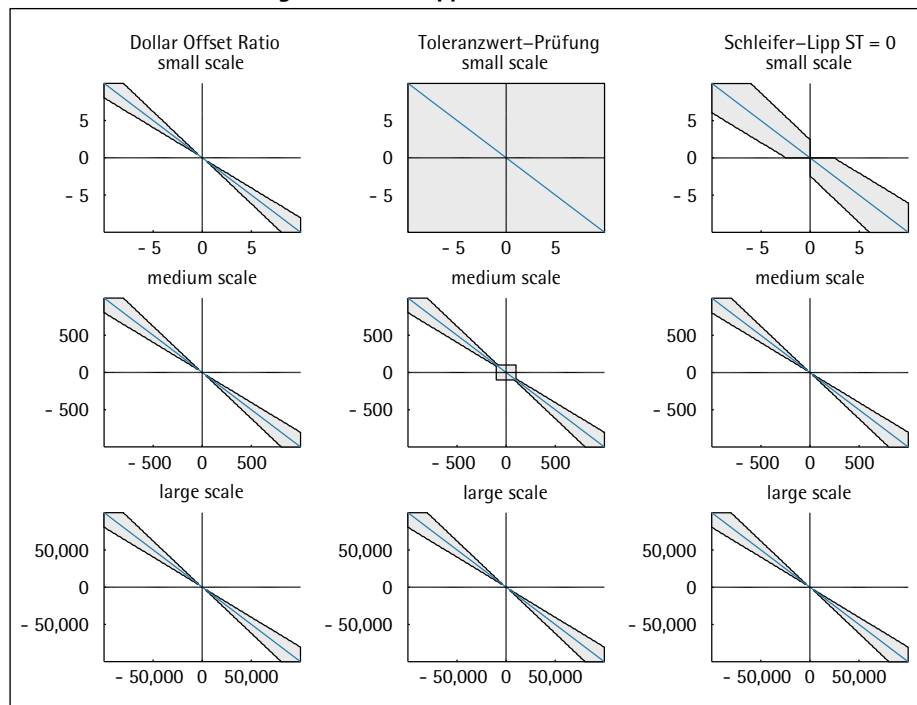


Abbildung 3: Vergleich der geometrischen Interpretation des Dollar Offset Ratio, der Toleranzwert-Prüfungen und des Lipp Modulated Dollar Offset Ratios



von Grund- und Sicherungsgeschäft zum gleichen Ergebnis führen. Entsprechendes sollte für einen ineffektiven Hedge gelten. Dies hat zur Konsequenz, dass die Summe der Hedge-Position keinen Einfluss auf das Testergebnis haben darf. Bei einem nicht skalierbaren Test ist es möglich, eine Hedge-Position in zwei Teile zu splitten, von denen einer effektiv und einer ineffektiv ist, was offensichtlich nicht nachvollziehbar ist.

Zusätzlich zu den allgemeinen Kriterien ist bei Tests auf Basis zweier Zeitpunkte Steigung in dem Sinne zu erwarten, dass keine unnatürlichen Grenzen für den Übergang von Effektivität zu Ineffektivität existieren. Wenn zum Beispiel ein Verlust im Grundgeschäft von 100,01 Euro vorliegt und ein Hedge bei einer zugehörigen Steigung des Fair Values des Sicherungsgeschäftes um 80,01 Euro als effektiv und bei

Ein Hedge ist effektiv, wenn der Punkt mit den Koordinaten der Veränderungen von Grund- und Sicherungsgeschäft im grauen Bereich liegt.

Tabelle 1: Ergebnisse der Effektivitätstests auf Grundlage zweier Zeitpunkte für das Beispiel aus Abbildung 1

	Erwartungsgemäß	Dollar Offset Ratio		Toleranzwert-Prüfung		Lipp		Schleifer-Lipp $S_T = 0,6$		Gürtler's Test	
	effektiv	$-\frac{\Delta SG}{\Delta GG}$	effektiv	$-\frac{\Delta SG}{\Delta GG}$	effektiv	effektiv	effektiv	effektiv	$\frac{GP_T}{GP_0}$	effektiv	
$t_1$	ja	100,02%	ja	100,02%	ja	100,02%	ja	100,02%	ja	100,00%	ja
$t_2$	ja	100,00%	ja	100,00%	ja	100,00%	ja	100,00%	ja	100,00%	ja
$t_3$	ja	70,00%	nein		ja	99,70%	ja	99,98%	ja	100,00%	ja
$t_4$	nein	112,50%	ja	112,50%	ja	112,50%	ja	112,50%	ja	50,00%	nein
$t_5$	ja	n/a	ja		ja	100,00%	ja	100,00%	ja	100,00%	ja
$t_6$	nein	- 99,98%	nein	- 99,98%	nein		nein		nein	91,67%	ja
$t_7$	nein	- 99,99%	nein	- 99,99%	nein		nein		nein	83,33%	ja
$t_8$	nein	- 100,00%	nein	- 100,00%	nein		nein		nein	75,00%	ja

Tabelle 2: Ergebnisse der zeitreihenbasierten Effektivitätstests für das Beispiel aus Abbildung 1

	Erwartungsgemäß	Lineare Regression Fair Values			Lineare Regression kumulative Differenzen				
	effektiv	$R^2$	$\beta_0$	$\beta_1$	effektiv	$R^2$	$\beta_0$	$\beta_1$	effektiv
$t_1$	ja	100,00%	100 000	- 1,00	ja	100,00%	0,0013	- 1,00	ja
$t_2$	ja	100,00%	100 000	- 1,00	ja	100,00%	0,0000	- 1,00	ja
$t_3$	ja	100,00%	100 000	- 1,00	ja	100,00%	- 0,0017	- 1,00	ja
$t_4$	nein	96,40%	101 884	- 0,84	ja	96,36%	1936,1733	- 0,84	ja
$t_5$	nein	98,97%	99 649	- 0,86	ja	98,84%	- 268,8367	- 0,86	ja
$t_6$	nein	100,00%	100 000	1,00	nein	100,00%	0,0373	1,00	nein
$t_7$	nein	100,00%	100 000	1,00	nein	100,00%	0,1245	1,00	nein
$t_8$	nein	100,00%	100 000	1,00	nein	100,00%	0,0000	1,00	nein

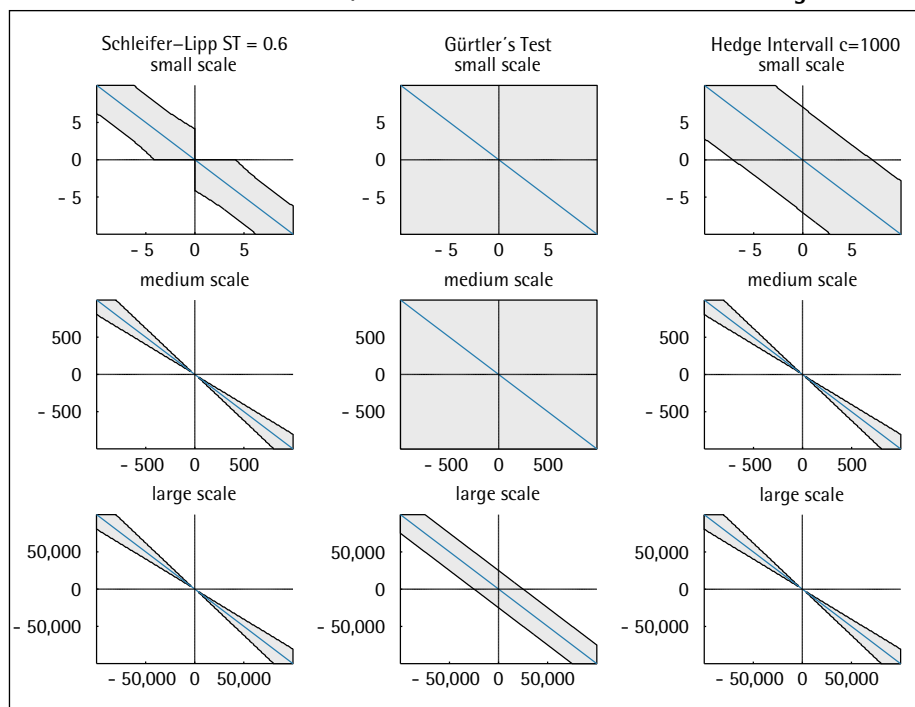
Für jedes Zeitintervall wurden 30 Datenpunkte entsprechend der Charts aus Abbildung 1 erzeugt. Hier gehen wir davon aus, dass der Hedge zum Zeitpunkt  $t_5$  nicht effektiv ist.

einer Steigung um 80,00 Euro als ineffektiv bewertet wird, dann ist es schwer nachvollziehbar, warum ein Hedge mit einem Verlust im Grundgeschäft von 100,00 Euro für alle Fair Value-Änderungen im Bereich von minus 100,00 Euro bis zu 100,00 Euro effektiv sein soll. Diese Grenzwerte sind unnatürlich, und es sollte versucht werden, sie zu vermeiden, somit muss der Übergang von Effektivität zu Ineffektivität glatt sein.

Die Charts des Beispiels, anhand dessen eine Reihe bekannter Tests evaluiert wurden, sind in Abbildung 1 gegeben. Die Ergebnisse sind in Tabellen 1 und 2 zusammengefasst. Abweichungen von den erwarteten Resultaten sind hervorgehoben. Ein kursives „nein“ heißt, dass ein effektiver Hedge als ineffektiv bewertet wird und somit die Hedge-Beziehung aufzulösen ist. Dies führt in der Regel zu einer Erhöhung

Insbesondere erkennt man, dass bei kleiner oder mittlerer Skalierung nach Gürtler's Test alle Punkte effektiv sind.

**Abbildung 4: Vergleich der geometrischen Interpretation des Schleifer-Lipp Modulated Dollar Offset Ratios, Gürtler's Effektivitätstests und des Hedge Intervalls**



der Volatilität in der Gewinn- und Verlustrechnung beziehungsweise zu Verzerrungen [9]. Schwerwiegender ist ein kursives „ja“, da hierbei Hedge Accounting auf einen ineffektiven Hedge angewendet werden kann. In diesem Fall können Gewinne oder Verluste in der Hedge-Position verborgen werden.

#### Implementierung der Effektivitätstests

Nach IAS 39, AG 106 ist die Effektivität mindestens zu allen (Zwischen-)Bilanzstichtagen zu testen. In FAS 133, §20 (b)

und §28 (b), ist ausgeführt, dass ein „assessment of effectiveness is required whenever financial statements or earnings are reported, and at least every three months.“

Im Folgenden wird daher von vierteljährlichen Tests ausgegangen. Nach beiden Bilanzierungsstandards ist eine Hedge-Beziehung ab dem ersten Stichtag, an dem diese als ineffektiv identifiziert wird, aufzulösen. Auf der Grundlage, dass bei Verwendung von zusätzlichen Informationen genauere Ergebnisse erzielt werden, sind diverse statistische Tests entwickelt worden, die teilweise von täglichen Fair Value-Daten aus-

	Hedge Interval auf Basis $\left[\frac{4}{5}, \frac{5}{4}\right]$		Hedge Interval auf Basis $\left[\frac{9}{10}, \frac{10}{9}\right]$	
	x	$ x  \leq 9$	x	$ x  \leq 19$
	0,99	ja	0,97	ja
	- 1,00	ja	- 1,00	ja
	- 0,04	ja	- 0,17	ja
	- 4,00	ja	- 21,50	nein
	0,00	ja	0,00	ja
	- 80,99	nein	- 360,95	nein
	- 80,99	nein	- 360,98	nein
	- 81,00	nein	- 361,00	nein

	Lineare Regression periodenbasiert				Variability-Reduction		Volatility-Reduction		Adjusted Hege Intervall $\left[\frac{4}{5}, \frac{5}{4}\right]$	
	R <sup>2</sup>	$\beta_0$	$\beta_1$	effektiv	VR	effektiv	VRM	effektiv	maximal	effektiv
	100,00%	- 0,0028	- 1,00	ja	100,00%	ja	99,99%	ja	1,00	ja
	100,00%	0,0022	- 1,00	ja	100,00%	ja	100,00%	ja	1,00	ja
	100,00%	- 0,0005	- 1,00	ja	100,00%	ja	100,00%	ja	1,00	ja
	34,42%	2 073,0826	- 0,62	nein	23,28%	nein	73,68%	nein	560,52	nein
	84,92%	933,9817	- 0,91	ja	84,32%	ja	80,17%	ja	796,93	nein
	100,00%	- 0,0135	1,00	nein	- 299,98%	nein	100,00%	nein	81,00	nein
	100,00%	0,0017	1,00	nein	- 299,99%	nein	- 100,00%	nein	81,00	nein
	100,00%	0,0186	1,00	nein	- 299,99%	nein	- 100,00%	nein	81,00	nein

t, da die Entscheidung auf den Daten von  $t_4$  bis  $t_5$  beruht, wobei zu Beginn das Problem der großen Zahlen auftritt.

gehen. Dies kann sowohl von Seiten vorhandener IT-Systeme als auch aufgrund der verwendeten Wertpapiere, für die nicht notwendig tägliche Kurse verfügbar sind, zu Schwierigkeiten führen.

Des Weiteren stehen zu Beginn einer Hedge-Beziehung oftmals noch keine historischen Daten zur Verfügung, so dass eine Anwendung von Tests, die von einer Mindestanzahl von Datenpunkten ausgehen, zunächst nicht sinnvoll möglich ist.

Wird in diesen Fällen dennoch ein Test wie beispielsweise die lineare Regression gewählt, ist es zu empfehlen, solange auf einen alternativen Test zurückzugreifen, für

den die aktuell verfügbaren Daten ausreichen, bis genügend Daten vorhanden sind. Auf diese Weise können Hybridtests implementiert werden, die sich aus mehreren bestehenden Tests zusammensetzen.

FAS 133 definiert keine Details für die Anforderungen an statistische Maße, in Implementation Issue Number E7 [3] ist jedoch folgende Warnung enthalten:

„The application of a regression or other statistical analysis approach to assessing effectiveness is complex. Those methodologies require appropriate interpretation and understanding of the statistical inferences.“

Die aufgeführten Kriterien sind allein aus ökonomischen Anforderungen abgeleitet worden und müssen daher für jeden Effektivitäts-Test gelten, auch unabhängig von seiner Komplexität.

**Bezeichnungen für die Evaluationskriterien**

Der Fair Value des Grundgeschäfts zum Zeitpunkt  $t$  wird mit  $GG_t$  bezeichnet, mit  $\Delta GG$  die Veränderung im Fair Value des Grundgeschäftes. Analog seien  $SG_t$  und  $\Delta SG$  definiert für das Sicherungsgeschäft, sowie  $GP_t$  und  $\Delta GP$  für die Hedge-Position, das heißt  $GP_t = GG_t + SG_t$ .

Wie in FAS 133 Implementation Issue Number E8 [3] beschrieben, können die Differenzen  $\Delta GG$  und entsprechend  $\Delta SG$  zum Zeitpunkt  $t$  mit einem periodenbasierten Ansatz als  $\Delta GG = GG_t - GG_{t-1}$  oder auch kumulativ als  $\Delta GG = GG_t - GG_0$  berechnet werden. Der Grad, zu dem das Offsetting erfüllt ist, kann geometrisch interpretiert werden, indem man das durch  $\Delta SG$  und  $\Delta GG$  aufgespannte Koordinatensystem betrachtet, siehe Abbildung 2.

Die Relation  $\Delta SG \approx -\Delta GG$  bestimmt einen effektiven Hedge, also liegt ein perfekter Hedge auf der negativen Winkelhalbierenden. Den Grad der „Nähe“ an dieser Gerade zu messen, ist die zentrale Aufgabe eines Hedge-Effektivitätstests.

Alle bekannten Tests auf Grundlage zweier Zeitpunkte können in diesem Koordinatensystem veranschaulicht werden, dabei werden die den Bereich begrenzenden Funktionen als

$$\underline{f}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ und } \bar{f}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

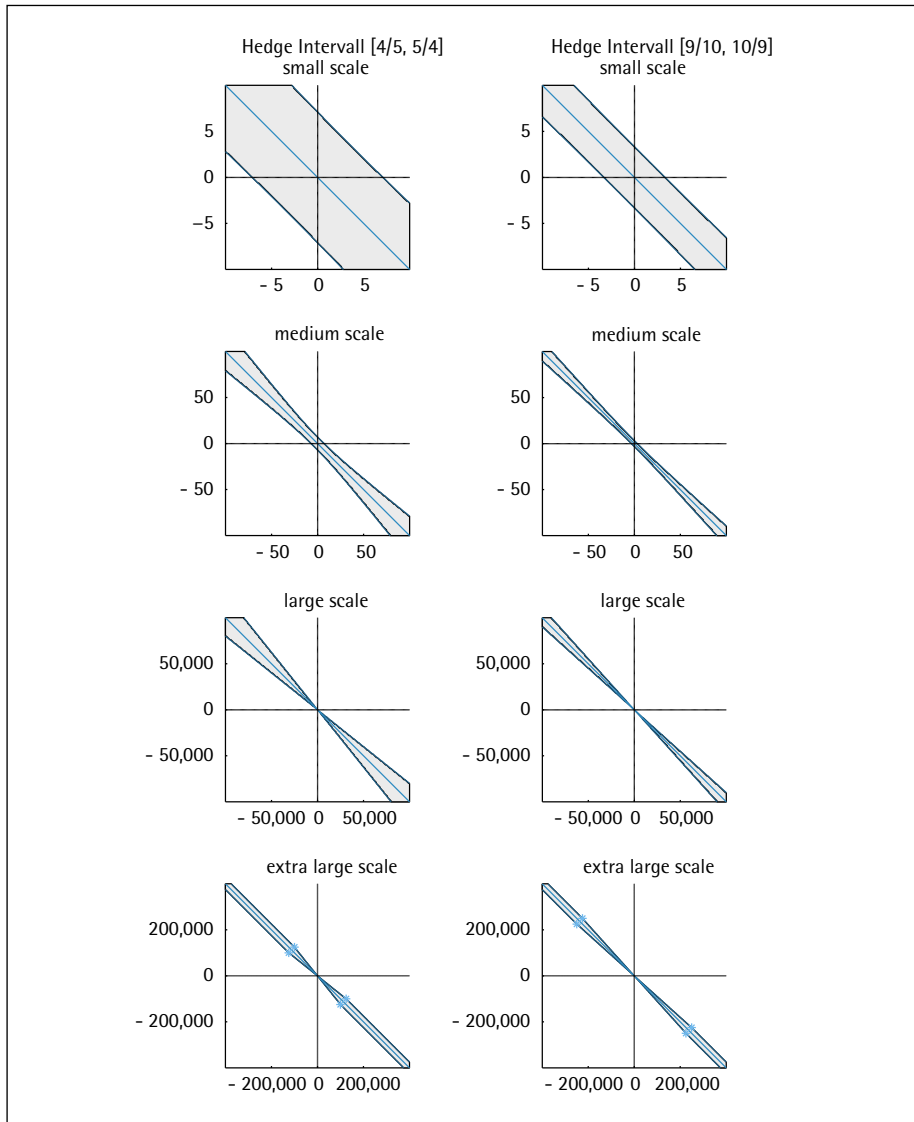
definiert und der jeweils effektive Bereich grau gefärbt, siehe Abbildung 3 und folgende. Ein Hedge ist demnach effektiv, wenn

$$\underline{f}(\Delta GG) \leq \Delta SG \leq \bar{f}(\Delta GG).$$

Für die allgemeine Formulierung der Evaluationskriterien ist anzunehmen, dass Fair Values für  $n$  Zeitpunkte zur Verfügung stehen. Tests auf Basis von zwei Zeitpunkten sind somit durch den Spezialfall  $n = 1$  enthalten.

Für die Daten  $i = 1, \dots, n$  bezeichnet  $\Delta GG_i$  die kumulative Differenz im Fair Value des

Abbildung 5: Geometrische Interpretation des „Adjusted Hedge Interval“-Test (AHI)



Für zugrundeliegende Dollar Offset Intervalle von  $[\frac{4}{5}, \frac{5}{4}]$  und  $[\frac{9}{10}, \frac{10}{9}]$ . Die Punkte, an denen die Begrenzungsfunktionen zu Parallelen zur negativen Winkelhalbierenden wechseln sind mit \* gekennzeichnet.

Grundgeschäfts, das heißt  $\Delta GG_i = GG_i - GG_0$  oder die periodenbezogene Differenz  $\Delta GG_i = GG_i - GG_{i-1}$ , und entsprechend für das Sicherungsgeschäft  $\Delta SG_i = SG_i - SG_0$  oder  $\Delta SG_i = SG_i - SG_{i-1}$ .

Sei  $\overrightarrow{\Delta GG}$  der  $n$ -dimensionale Vektor aller  $\Delta GG_i$  und  $\overrightarrow{\Delta SG}$  der  $n$ -dimensionale Vektor aller  $\Delta SG_i$ .

Bei einigen der bekannten Tests werden Konstanten verwendet, die vom Anfangswert der Hedge-Position  $GP_0 = GG_0 + SG_0$  abhängen. Diese Parametrisierung wird durch Indices gekennzeichnet, zum Beispiel  $\underline{f}_{GP_0}$  und  $\overline{f}_{GP_0}$ .

Zusätzlich wird die Effektivitätstest-Funktion definiert als

$T_{GP_0}: \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \{0,1\}$  mit  $T_{GP_0}(\overrightarrow{\Delta GG}, \overrightarrow{\Delta SG}) \rightarrow$  {nicht effektiv, effektiv}.

Im Allgemeinen ist es nicht empfehlenswert, nur lokale Informationen für ein globales Maß zu verwenden. In diesem Fall können sich kleine, langsame Änderungen der Marktwerte, die nicht als signifikant eingestuft werden, über die Zeit aufsummieren. Daher werden für die Tests mit  $n = 1$  grundsätzlich kumulative Differenzen verwendet, wie auch von Coughlan, Kolb und Emery [1] und Finnerty und Grand [4] vorgeschlagen.

### Zusammenfassung der Formulierungen

Bei den genannten Kriterien [7] wurde in der Formulierung zwischen den Fällen  $n = 1$  und  $n > 1$  unterschieden. Um von dieser Fallunterscheidung absehen zu können, wird das Kriterium für kleine Zahlen für  $n = 1$  verschärft, indem für eine Umgebung um den Ursprung Effektivität gefordert wird.

Um die Äquivalenz der Formulierungen für die Skalierbarkeit zu garantieren, ist die zusätzliche Voraussetzung für  $\underline{f}_{\alpha GP_0}(\Delta GG) \leq \overline{f}_{\alpha GP_0}(\Delta GG)$  für alle  $\Delta GG \in \mathbb{R}$  und  $\alpha > 0$  notwendig, die für alle bekannten Tests auf Basis zweier Zeitpunkte erfüllt ist. Sie ist eine direkte Folge des ersten Kriteriums (der einfache Beweis entfällt hier), nach dem die negative Winkelhalbierende Teil des effektiven Bereichs sein sollte. Gleichzeitig ist hierbei wiederum die mögliche Abhängigkeit der Testfunktion von dem Anfangswert der Hedge-Position zu berücksichtigen.

**Tabelle 3: Ergebnisse der Evaluation bekannter Effektivitätstests anhand der definierten Mindestanforderungen**

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
<b>Tests auf Grundlage zweiter Zeitpunkte</b>						
1 Dollar Offset Ratio	✓	-	-	✓	✓	✓
2 Toleranzwert-Prüfung	✓	-	✓	✓	(✓)	-
3 Lipp Modulated Dollar Offset	✓	-	-	✓	(✓)	-
4 Schleifer-Lipp Modulated Offset	✓	-	-	✓	(✓)	-
5 Gürtler's Effektivitätstest	-	✓	✓	✓	✓	✓
6 Hedge Intervall	✓	-	✓	✓	(✓)	✓
10 Adjusted Hedge Intervall	✓	✓	✓	✓	✓	✓
<b>Zeitreihenbasierte Tests</b>						
7 Lineare Regression (fair value)	✓	-	-	-	✓	
Lineare Regression (kumulative Differenzen)	✓	-	-	-	✓	
Lineare Regression (periodenbezogene Differenzen)	✓	-	-	-	✓	
8 Variability-Reduction Measure	✓	-	-	-	✓	
9 Volatility-Reduction Measure	✓	-	-	-	✓	
10 Adjusted Hedge Intervall mit 100 Prozent Compliance Level	✓	✓	✓	✓	✓	

Kriterien, die nur erfüllt sind, wenn spezielle Konstanten für die Tests gewählt werden, werden als (✓) gekennzeichnet: (i) Offsetting, (ii) große Zahlen, (iii) kleine Zahlen, (iv) Symmetrie, (v) Skalierbarkeit, (vi) glatter Übergang

Die anfangs dargestellten Anforderungen und deren geometrischen Interpretation werden durch folgende allgemeine, messbare Kriterien quantifiziert.

### Mindestanforderungen an einen Hedge-Effektivitätstest

Ein Hedge-Effektivitätstest muss folgenden Mindestanforderungen genügen:

(i) Offsetting: Die Fläche, die den effektiven Bereich im  $\Delta GG - \Delta SG$ -Koordinatensystem beschreibt, muss alle effektiven Hedges, das heißt die negative Winkelhalbierende, enthalten. Die Punktwolke aller Punkte  $(\Delta GG_i, \Delta SG_i)$  muss in der Nähe der negativen Winkelhalbierenden sein, der Test muss die relative Abweichung von dieser Linie berücksichtigen.

(ii) Große Zahlen: Der maximale Gewinn oder Verlust der Hedge-Position ist zu beschränken, das heißt die absolute Abweichung von der negativen Winkelhalbierenden muss für alle Punkte  $(\Delta GG_i, \Delta SG_i)$  begrenzt sein.

(iii) Kleine Zahlen: Das Problem kleiner Zahlen ist zu vermeiden. Wenn

$$\max_{i \in \{1, \dots, n\}} \{\max\{|\Delta GG_i|, |\Delta SG_i|\}\} \leq c$$

für eine Konstante  $c$ , die von dem Anfangswert der Hedge-Position abhängen

kann, das heißt  $c = c_{GP_0}$ , ist der Hedge als effektiv zu bewerten.

(iv) Symmetrie: Um Symmetrie bezüglich Grund- und Sicherungsgeschäft zu gewährleisten, müssen die Punkte mit den Koordinaten  $(\Delta SG_i, \Delta GG_i)$  zum selben Testergebnis führen, wie die Punkte  $(\Delta GG_i, \Delta SG_i)$ , das heißt  $T_{GP_0}(\Delta GG, \Delta SG) = T_{GP_0}(\Delta SG, \Delta GG)$ , also die Fläche, die den effektiven Bereich beschreibt, muss symmetrisch zur positiven Winkelhalbierenden sein. Gleichzeitig muss sie symmetrisch zur negativen Winkelhalbierenden sein, um Symmetrie bezüglich Gewinn- und Verlust in der Hedge-Position zu garantieren, das heißt  $T_{GP_0}(\Delta GG, \Delta SG) = T_{GP_0}(-\Delta GG, -\Delta SG)$ . Für invertierbare Funktionen  $\underline{f}$  und  $\overline{f}$ , bedeutet dies für alle  $x \in \mathbb{R}$   $\underline{f}(x) = \underline{f}^{-1}(x)$  und  $\overline{f}(-\underline{f}(x)) = -x$ .

(v) Skalierbarkeit: Sei  $0 < \alpha \in \mathbb{R}$ . Dann muss die Eigenschaft  $T_{GP_0}(\Delta GG, \Delta SG) = T_{GP_0}(\alpha \cdot \Delta GG, \alpha \Delta SG)$  erfüllt sein.

(vi) Glatter Übergang: Im Fall  $n = 1$  muss der Übergang zwischen effektiven und ineffektiven Hedge natürlich sein, das heißt die Begrenzungsfunktionen  $\underline{f}$  und  $\overline{f}$  müssen stetig sein.

Die Skalierbarkeit (v) ist unter der Voraussetzung  $\underline{f}_{\alpha GP_0}(\Delta GG) \leq \overline{f}_{\alpha GP_0}(\Delta GG)$  im Fall  $n = 1$  äquivalent zu  $\underline{f}_{\alpha GP_0}(\alpha \cdot \Delta GG) =$

$\alpha \cdot \underline{f}_{GP_0}(\Delta GG)$  und  $\bar{f}_{\alpha GP_0}(\alpha \cdot \Delta GG) = \alpha \cdot \bar{f}_{GP_0}(\Delta GG)$  für alle  $\Delta GG \in \mathbb{R}$ . Betrachtet man die Funktionen  $\underline{f}$  und  $\bar{f}$  mathematisch korrekt als Funktionen von zwei Parametern  $GP_0$  und  $\Delta GG$  das heißt  $\underline{f}, \bar{f}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , dann müssen  $\underline{f}$  und  $\bar{f}$  homogen vom Grad 1 sein.

**Kriterien unabhängig voneinander**

Diese Kriterien sind unabhängig voneinander, das heißt es ist nicht möglich, eines aus den anderen abzuleiten. Daher sind bei Evaluierung eines Effektivitätstests alle Kriterien zu berücksichtigen. Bekannte Effektivitätstests wurden anhand dieser Kriterien genauer untersucht [7], Tabelle 3 fasst die Ergebnisse zusammen. Außer dem anhand dieser Kriterien entwickelten „Adjusted Hedge Interval“-Test erfüllt kein bekannter Effektivitätstest alle Kriterien.

Eine Übersicht über bekannte Hedge-Effektivitätstests auf Basis zweier Zeitpunkte wird in Abbildungen 3 und 4 gegeben. Eine Zusammenfassung der Tests wird unter [www.ti3.tu-harburg.de/ah](http://www.ti3.tu-harburg.de/ah), beziehungsweise auch direkt [www.ti3.tu-harburg.de/ah/ha/zfgk\\_0510.pdf](http://www.ti3.tu-harburg.de/ah/ha/zfgk_0510.pdf) zur Verfügung gestellt, wobei dort soweit möglich jeweils die Formulierung mit einer einfachen geometrischen Interpretation bevorzugt wird. Für eine detaillierte Beschreibung und Diskussion der Tests mit Hinblick auf die oben dargestellten Kriterien sei auf [7] verwiesen.

**Adjusted Hedge Intervall (AHI)**

Aus den aus ökonomischen Notwendigkeiten abgeleiteten Kriterien, die ein Hedge-Effektivitätstest mindestens erfüllen muss, wurde der Adjusted Hedge Intervall-Test [7] hergeleitet. Anhand der geometrischen Interpretation sollte ein Test offensichtlich eine ähnliche Form wie der Dollar Offset Ratio haben, mit Ausnahme des Bereichs für große und für kleine Zahlen. Für große Zahlen sollte der effektive Bereich parallel

zur negativen Winkelhalbierenden sein, für kleine Zahlen sollten die beiden Kegel überlappen.

Es wird von einem zugrunde liegenden Dollar-Offset Intervall  $[\frac{h_1}{h_2}, \frac{h_2}{h_1}]$  ausgegangen, wobei  $h_1$  und  $h_2$  natürliche Zahlen mit  $h_1 < h_2$  sind. Zusätzlich sei  $c$  ein fester Prozentsatz von  $GP_0^2$ , das heißt  $c = c_{GP_0^2}$ .

**Adjusted Hedge Interval – Test**

Ein Hedge ist genau dann effektiv, wenn

$$|GP_t - GP_0| \leq pGP_0$$

und

$$\left| \frac{2h_1 h_2 \Delta SG + (h_1^2 + h_2^2) \Delta GG}{\sqrt{\Delta GG^2 + c}} \right| \leq h_2^2 - h_1^2.$$

Eine detaillierte Herleitung und die explizite Angabe der den effektiven Bereich begrenzenden Funktionen ist in [7] enthalten.

Der effektive Bereich ist für die standardmäßig verwendeten zugrunde liegenden Dollar Offset Intervalle von  $[\frac{4}{5}, \frac{5}{4}]$  und  $[\frac{9}{10}, \frac{10}{9}]$  in Abbildung 5 veranschaulicht, wobei Werte von  $p = 25$  Prozent und  $c = 10^{-7} \cdot GP_0^2 = 1000$  verwendet sind.

Da dieser Test den Dollar Offset Ratio im mittleren Wertebereich, also für die vorrangig erwarteten Fair Values, approximiert, ist das Kriterium (i) erfüllt.

Für große Werte wird durch die zusätzliche Ungleichung  $|GP_t - GP_0| \leq pGP_0$  der maximal mögliche Gewinn oder Verlust der Hedge-Position begrenzt und für kleine Werte ist der effektive Bereich vergrößert. Anhand der den effektiven Bereich begrenzenden Funktionen lässt sich die Symmetrie leicht nachrechnen. Die Skalierbarkeit ist für große Werte  $\Delta GG$  offensichtlich, und für kleine Werte kann der Faktor  $\alpha$  in dem Bruch

$$\frac{2h_1 h_2 \alpha \Delta SG + (h_1^2 + h_2^2) \alpha \Delta GG}{\sqrt{(\alpha \Delta GG)^2 + \alpha^2 c_{GP_0^2}}}$$

gekürzt werden. Das letzte Kriterium folgt direkt aus der Konstruktion der Begrenzungsfunktion, mit der die Stetigkeit garantiert wird.

Zum gegenwärtigen Zeitpunkt sind keine Einschränkungen des AHI-Tests bekannt. Zusammenfassend ist somit dieser Adjusted Hedge Intervall-Test eine natürliche und möglichst einfache Erweiterung des Dollar Offset Ratios, der sämtliche Kriterien erfüllt.

**Literatur**

[1] Guy Coughlan, Johannes Kolb, Simon Emery (2003). Heat™ Technical Document: A consistent framework for assessing hedge effectiveness under IAS 39 and FAS 133. Credit & Rates Markets, J. P. Morgan Securities Ltd., London.  
 [2] Burkhard Eckes, Wolfgang Weigel, Katja Barz, Martina Bäche-Guski. Die Vorschriften zum Hedge Accounting nach IAS 39. PwC Deutsche Revision AG Wirtschaftsprüfungsgesellschaft, Frankfurt am Main, 6/2004.  
 [3] Financial Accounting Standards Board. Derivatives Implementation Group (2000). Statement 133 Implementation Issue Numbers E7 and E8.  
 [4] John D. Finnerty, Dwight Grand (2002). Alternative Approaches to Testing Hedge Effectiveness. Accounting Horizons, Volume 16, Number 2, Seiten 95 bis 108.  
 [5] Marc Gürtler (2004). IAS 39: Verbesserte Messung der Hedge-Effektivität. Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 57(11), Seiten 586 bis 588.  
 [6] Angelika C. Hailer, Siegfried M. Rump (2003). Hedge Effektivität: Lösung des Problems der kleinen Zahlen. Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 56(11), Seiten 599 bis 603.  
 [7] Angelika C. Hailer, Siegfried M. Rump (2005). Evaluation of Hedge Effectiveness Tests. Journal of Derivatives Accounting, 2(1), Seiten 31 bis 51. <http://www.worldscinet.com/jda/02/0201/S021986810500029X.html>  
 [8] Andrew Kalotay, Leslie Abreo (2001). Testing Hedge Effectiveness for FAS 133: The Volatility Reduction Measure. Journal of Applied Corporate Finance, 13, Seiten 93 bis 99.  
 [9] Berthold Lantzius-Beninga, Andreas Gerdes (2005). Abbildung von Mikro Fair Value Hedges gemäß IAS 39, Bewertung, Ergebnisermittlung und Effektivitätstest. Kapitalmarktorientierte Rechnungslegung, 3, Seiten 105 bis 115.